ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

Director: EMILIO REBUELTO

TOMO CXLV



BUENOS AIRES
Calle Santa Fe 1145

1948



ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

ENERO 1948 — ENTREGA I — TOMO CXLV

SUMARIO

Pág.

ENRIQUE LOEDEL PALUMBO. — Aberración y relatividad 3

FILIAL MENDOZA DE LA SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA; SESIÓN DE COMUNICACIONES DEL 29 DE NOVIEMBRE DE 1947:

JOSÉ LUIS MINOPRIO. — Comentarios alrededor de las diagnosis originales de *Rhea americana albescens* y de *Rhea americana rothschildi* 14

ADRIÁN RUIZ LEAL. — Seis géneros de briofitas (hepáticas) nuevos para la flora mendocina 24

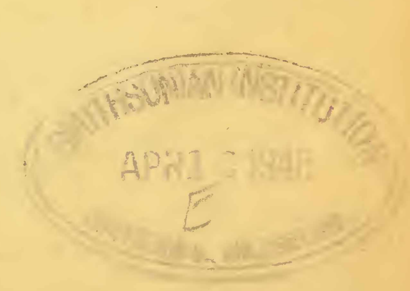
SECCIÓN CONFERENCIAS:

LOUIS CAMPOURNAC. — Los métodos de conservación de los ferrocarriles en Francia 34

BUENOS AIRES

AVDA. SANTA FE 1145

1948



SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA.— Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. **Artº 10 del Reglamento de los "ANALES"** (modificado por la J. D. en su sesión de fecha 4 de septiembre 1941). Los escritos originales destinados a la Dirección de los "Anales", serán remitidos a la Gerencia de la Sociedad, avenida Santa Fe 1145, a los efectos de registrar la fecha de entrega para luego enviarlos al señor Director. La Sociedad no tomará en consideración las observaciones de los autores que se refieran a cualquier anormalidad, si no se ha cumplido con el requisito indicado.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 311-325 - Buenos Aires

ABERRACION Y RELATIVIDAD

POR

ENRIQUE LOEDEL PALUMBO

INTRODUCCIÓN. — Entre el fenómeno de la aberración de la luz y la teoría de la relatividad existe una estrecha relación que, hasta ahora, no se ha hecho resaltar como corresponde. Lo que ha ocurrido, a nuestro juicio, es que, al hablar de la aberración de la luz, se piensa siempre, casi exclusivamente, en el fenómeno astronómico. Ni siquiera se hace jamás mención de que el método de la rueda dentada de Fizeau constituye la realización experimental del efecto descubierto por Bradley, como se comprende si se piensa que, al producirse el primer eclipse, por ejemplo, el ángulo de aberración estaría dado, en medida absoluta, por el cociente entre el ancho de un diente y el duplo de la distancia de la rueda al espejo.

La relatividad de la simultaneidad se presenta al espíritu en forma directa y hasta intuitiva si se piensa en el fenómeno de la aberración, pudiéndose decir que en la entraña misma de las ecuaciones de Lorentz palpita aquel efecto, ya que el seno del ángulo de aberración principal de dos sistemas es $\frac{v}{c}$ siendo el coseno de dicho ángulo, $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, el famoso radical que figura en todas las fórmulas relativistas.

En la teoría clásica ondulatoria del fenómeno de la aberración, la superficie de onda es normal al rayo sólo en el sistema del « éter en reposo ». Para cualquier otro sistema la superficie de onda sería la misma que para el éter en reposo, puesto que la simultaneidad es absoluta, pero los rayos no son perpendiculares, en general, a esa superficie. La dirección de propagación está determinada por los puntos de tangencia de las sucesivas envolventes de las ondas parciales y el ángulo formado por dicha dirección y la normal a la

superficie de onda, mide precisamente el ángulo de aberración (*). El principio de relatividad exige, en cambio, por la isotropía del espacio que él implica, que en todos los sistemas equivalentes la luz se propague normalmente a la superficie de onda.

LAS FÓRMULAS DE LORENTZ. — Dispongamos los ejes de los dos sistemas S y S' en la forma habitual (fig. 1) y consideremos un

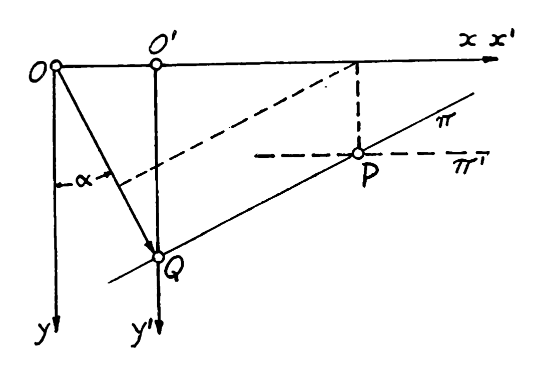


FIG. 1.

rayo de luz que a partir del instante en que los orígenes O y O' estaban en coincidencia comenzó a propagarse siguiendo la dirección del eje y'.

Para el sistema S el rayo formará con el eje y un ángulo α tal que:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{vt}{ct} = \frac{v}{c}, \qquad [1]$$

puesto que, para este sistema, el trayecto real de la luz ha sido $OQ = ct$ como exige el postulado de la constancia de la velocidad de la luz, siendo t el tiempo considerado medido desde S, por lo cual también $OO' = vt$ si v es la velocidad relativa de ambos sistemas.

A este ángulo α lo llamaremos ángulo de aberración principal de los dos sistemas.

(*) El profesor J. WÜRSCHMIDT en su trabajo: « Aberración, efecto Doppler y presión de luz ». *Revista de la Unión Matemática Argentina*, tomo XI, pág. 47, 1945, llega a afirmar que en la teoría clásica no habría efecto de aberración. Ello proviene de « definir » como dirección del rayo la normal a la superficie de onda, lo que, en la teoría clásica, sólo vale para el éter en reposo.

Hasta ahora hemos hecho uso, explicitamente, del postulado de la constancia de la velocidad de la luz. Aplicaremos el principio de relatividad al admitir que en ambos sistemas se cumple la ley de Malus, o sea que la superficie de onda debe ser normal a la dirección de propagación. De este modo, considerando ondas planas que en el sistema S son perpendiculares a la dirección OQ (plano π) en el sistema S' serán normales al eje y' (plano π'). Considerando dos acontecimientos tales como la llegada de la luz a los puntos P y Q del plano π se ve de inmediato que ellos son simultáneos para S, en tanto que, para S', es P anterior a Q, puesto que la onda π' pasa antes por P que por Q. Si hubiéramos considerado un rayo que se propagara siguiendo la dirección de la velocidad relativa no habría en esa dirección aberración alguna y las superficies de onda serían, para ambos sistemas, planos perpendiculares a la dirección común de los ejes xx'. De acuerdo a esto, dos acontecimientos simultáneos para S que ocurren en puntos de un plano perpendicular al eje x son también simultáneos con respecto a S'. Se desprende de aquí, como consecuencia inmediata, que las medidas según S y S' de la longitud de un segmento, coincidirían si aquel segmento está situado en un plano perpendicular a la dirección de la velocidad relativa. Coincidiendo los ejes xx' con esta velocidad deberá entonces tenerse:

$$y' = y \ ; \ z' = z. \qquad [2]$$

Consideremos ahora el acontecimiento de la llegada de la luz a un punto tal como P del plano π. Este punto en el sistema S tiene por coordenadas x e y y la luz llega a él en el instante t de este sistema, de tal modo que se cumpla

$$x \operatorname{sen} \alpha + y \cos \alpha = ct.$$

Para el sistema S' valdrá en cambio:

$$y' = ct'$$

y por ser $y' = y$ se tendrá

$$t' = \frac{t - \dfrac{x}{c} \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \qquad [3]$$

Si suponemos que al coincidir los orígenes O y O' un rayo hubiera comenzado a propagarse en el sentido de las x positivas deberíamos tener:

$$x = ct \; ; \; x' = ct' ;$$

por lo cual, multiplicando la [3] por c obtenemos:

$$x' = \frac{x - ct \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} . \qquad [4]$$

Como de acuerdo a [1] es:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{v}{c} \; ; \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \; ; \qquad [5]$$

las [3] y [4] no son otra cosa que las fórmulas de transformación de Lorentz.

Representación gráfica. — Hagamos $u = ct$ y registremos los acontecimientos observados desde S en un sistema de coordenadas en que el eje x forme con el u un ángulo igual a $\frac{\pi}{2} + \alpha$ (fig. 2).

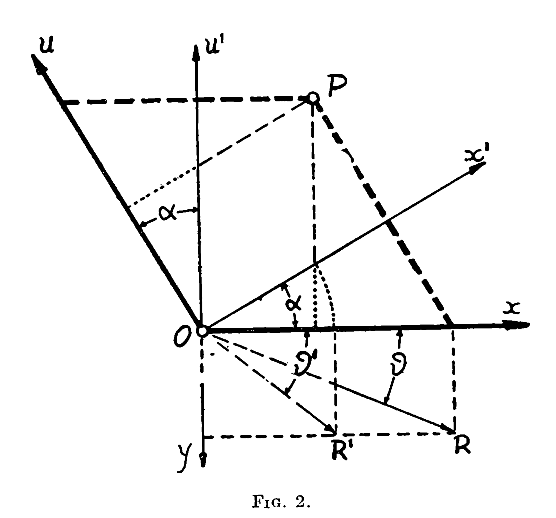


Fig. 2.

Para S' tomamos $u' = ct'$ haciendo que u' sea perpendicular a x y x' perpendicular a u coincidiendo los orígenes de ambos sistemas.

Se ve de inmediato que:

$$x = x' \cos \alpha + u \operatorname{sen} \alpha$$

y

$$u = u' \cos \alpha + x \operatorname{sen} \alpha$$

de donde

$$x' = \frac{x - u \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}, \qquad [6]$$

y

$$u' = \frac{u - x \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}, \qquad [7]$$

que son las fórmulas de transformación de Lorentz.

En la representación de *Minkowski* es necesario adoptar para cada sistema de coordenadas una unidad diferente de medida. Pero los infinitos sistemas de aquella representación pueden ser agrupados por pares en los cuales se emplea la misma unidad. Estas cuplas de sistemas que gozan de esa propiedad son justamente aquellas cuyos ejes están dispuestos en la forma que hemos indicado, formando entre sí un ángulo igual al de aberración principal. El hecho de que se emplee la misma unidad de medida en ambos sistemas hace que esta representación sea particularmente útil en la interpretación de los resultados más importantes de la teoría de la relatividad.

Así, por ejemplo, una regla de longitud l' para el sistema S' en reposo en este sistema, y situada sobre el eje x', está representada por una faja limitada por rectas paralelas al eje u'. La longitud l de esta regla medida desde S será el segmento de eje x interceptado por la faja, o sea:

$$l = l' \cos \alpha.$$

Aparece, pues, la famosa contracción de Fitzgerald-Lorentz como una simple proyección. Análogamente ocurre con la dilatación del tiempo, ya que para los puntos del eje u' (la marcha de un reloj en reposo en el sistema S') vale:

$$u = \frac{u'}{\cos \alpha}.$$

CONSTRUCCIÓN GRÁFICA DEL ÁNGULO DE ABERRACIÓN. — En la misma fig. 2 se ha efectuado esta construcción. El eje y, lo mismo que el y', que coincide con él, es perpendicular en O al plano xu. El plano xy ha sido rebatido sobre el plano xu efectuando un giro de $\frac{\pi}{2}$ alrededor del eje x y se ha considerado un rayo que partió del origen en el instante cero y que se propaga en el plano xy formando con el eje x un ángulo ϑ. Considerando un punto R de este rayo hallamos sus coordenadas x, y, u. Este último valor u lo tomamos haciendo $u = OR$ pues el rayo se propaga según OR con la velocidad c. Podemos encontrar así la proyección P sobre el plano xu del punto R considerado y las coordenadas $x'u'$ del mismo punto. Si tomamos ahora sobre el eje x un segmento igual a x', teniendo en cuenta que $y = y'$ encontramos así al punto R' y en consecuencia el ángulo ϑ' que el rayo forma con el eje x'. Naturalmente resulta $OR' = u'$ pues también en el sistema S' la luz se propaga con la velocidad c. Como se tiene

$$\operatorname{sen} \vartheta = \frac{y}{OR} = \frac{y}{u} \; ; \; \cos \vartheta = \frac{x}{OR} = \frac{x}{u} \; ;$$

y también

$$\operatorname{sen} \vartheta' = \frac{y'}{OR'} = \frac{y'}{u'} \; ; \; \cos \vartheta' = \frac{x'}{OR'} = \frac{x'}{u'} \; ;$$

resulta de [6] y [7]:

$$\operatorname{sen} \vartheta' = \frac{\operatorname{sen} \vartheta \cos \alpha}{1 - \operatorname{sen} \alpha \cos \vartheta} \; ; \; \cos \vartheta' = \frac{\cos \vartheta - \operatorname{sen} \alpha}{1 - \operatorname{sen} \alpha \cos \vartheta} \; ; \qquad [8]$$

que son las fórmulas relativistas de la aberración (*) ya que α está dada por [5].

INVARIANCIA DE LA SECCIÓN NORMAL DE UN HAZ DE RAYOS. — Sea un haz de rayos paralelos que en el sistema S se propaga formando un ángulo ϑ con el eje x. Tomamos los ejes yz de modo que los rayos sean paralelos al plano xy. Consideremos una sección del haz con el plano $z = k$, cuyo ancho sea igual a δ (fig. 3). Esta sección plana

(*) Compárese esta construcción con la dada, por ejemplo, en el clásico libro de LAUE « Das Relativitäts Prinzips », 2 Auf., pág. 103.

del haz intercepta al plano xz según un segmento AB cuyos extremos tienen por coordenadas:

$$A \begin{cases} x = x_1 \\ y = 0 \\ z = k \\ u = u_1 \end{cases} \qquad B \begin{cases} x = x_1 + \dfrac{\delta}{\text{sen } \theta} \\ y = 0 \\ z = k \\ u = u_1 + \dfrac{\delta \cos \vartheta}{\text{sen } \vartheta} \end{cases}$$

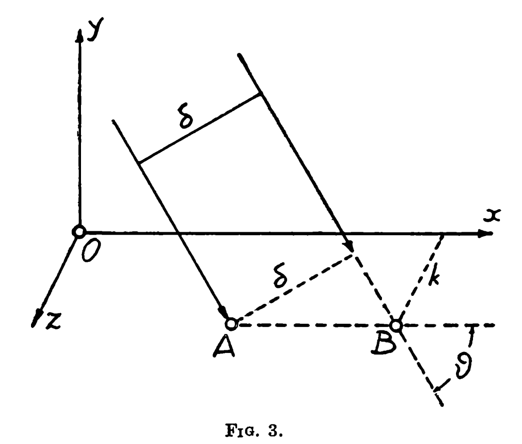


FIG. 3.

Aplicando la [6], estos puntos resultan, para S', separados por la distancia

$$\Delta x' = \frac{\delta}{\text{sen } \vartheta} \left(\frac{1 - \text{sen } \alpha \cos \vartheta}{\cos \alpha} \right)$$

El ancho δ' de esta sección plana del haz será en consecuencia para S':

$$\delta' = \Delta x' \text{ sen } \vartheta',$$

por lo cual, de acuerdo a [8], resulta:

$$\delta' = \delta.$$

Como este resultado es independiente de k la sección σ tendrá el mismo valor y la misma forma en ambos sistemas:

$$\sigma' = \sigma. \qquad [9]$$

Este extraordinario resultado es a primera vista sorprendente. La compensación entre la contracción transversal y la aberración,

que da lugar a aquella invariancia, se comprende, no obstante, sin dificultad. Consideremos, por ejemplo, que en el sistema S' se tiene un tubo material cilíndrico $AB'CD'$ (fig. 4) en reposo en

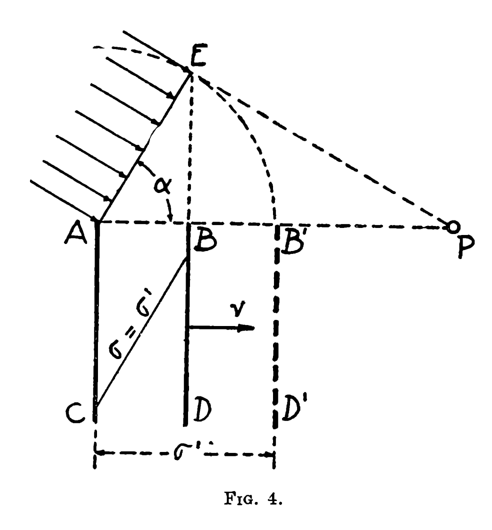


Fig. 4.

dicho sistema y cuyo eje sea normal a la velocidad relativa. Por el interior de este tubo la luz se propaga, para S', paralelamente al eje y a las paredes del mismo, siendo entonces la sección normal del haz igual a la sección σ' del propio tubo. Si la velocidad con que se mueve el tubo respecto al sistema S es tal que el ángulo de aberración principal sea α el tubo aparecerá teniendo para S una sección nomal $\Sigma = \sigma' \cos\alpha$. Por este tubo de sección contraída pasa sin embargo el haz de sección $\sigma = \sigma'$ pues el frente de onda para S es AE. El rayo que incide en el borde A del tubo saldrá por el punto C y el representado en la figura en el punto E encontrará al borde B en el punto P. La sección σ del haz será en consecuencia:

$$\sigma = \frac{\Sigma}{\cos\alpha} = \frac{\sigma' \cos\alpha}{\cos\alpha} = \sigma'.$$

Si la sección del tubo fuera circular, para S', para S sería elíptica pero por el interior de este tubo elíptico se propagaría un haz de luz cuya sección normal sería circular y exactamente igual a la sección del tubo en reposo.

Longitud de un tren de ondas. — Consecuencia inmediata del teorema que acabamos de demostrar es que la relación entre los volúmenes V y V' de un tren de ondas, limitado por rayos paralelos

respecto a los sistemas S y S', es igual a la relación entre las longitudes L y L' de dicho tren:

$$\frac{V}{V'} = \frac{L}{L'} \,. \qquad [10]$$

Por otra parte si ν y ν' son las frecuencias observadas en S y S' del haz de luz considerado, deberá tenerse:

$$\frac{L}{L'} = \frac{\nu'}{\nu} \qquad [11]$$

por lo cual el efecto Doppler permite el cálculo de la relación de aquellos volúmenes.

Hallaremos aquí dicha relación geométricamente. Sea en el sistema S un tren de ondas de longitud $PA = L$ que se propaga formando el ángulo ϑ con el eje x. El tren está limitado por los planos π_1 y π_N. Estos planos, cabeza y cola del tren, respectivamente,

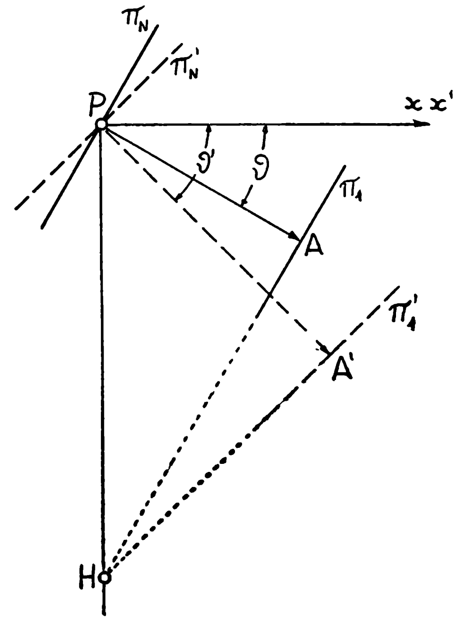


Fig. 5.

se encuentran en la posición indicada (fig. 5) en cierto instante del sistema S correspondiente a $u = u_1$. En el sistema S' el haz se propaga formando con el eje x' el ángulo ϑ'. Para hallar la longitud L'

del tren es necesario encontrar las posiciones π_1' y π_N' de la cabeza y la cola del tren en un determinado instante $u' = u_1'$ del sistema S'. Por el punto P, donde el plano π_N corta al eje x, trazamos el plano π_N' perpendicular a la dirección PA'. Tendremos así la posición de la cola del tren para el sistema S' en el instante que corresponde a

$$u_1' = \frac{u_1 - x_1 \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}$$

si llamamos x_1 a la abscisa de P en el sistema S. Para hallar la posición de la cabeza del tren, *en este mismo instante* del sistema S', trazamos por P un plano perpendicular a la dirección común de los ejes x y x' y hallamos la intersección H de este plano con el plano π_1. Por H trazamos ahora un plano perpendicular a la dirección PA' y tendremos así la posición buscada de la cabeza del tren, π_1', en el instante u_1', pues para el punto H es también $x = x_1$ y es alcanzado por la luz en el instante u_1 correspondiente, del sistema S. Si hacemos $PH = Z$ se tendrá:

$$Z = \frac{L}{\operatorname{sen} \vartheta};$$

y en el sistema S':

$$Z' = \frac{L'}{\operatorname{sen} \vartheta'};$$

de donde, por ser $Z = Z'$, obtenemos:

$$\frac{L}{L'} = \frac{\operatorname{sen} \vartheta}{\operatorname{sen} \vartheta'},$$

y por [11] y [8]:

$$\nu' = \nu \frac{1 - \operatorname{sen} \alpha \cos \vartheta}{\cos \alpha}, \qquad [12]$$

que es la fórmula relativista del efecto Doppler.

La construcción gráfica indicada en la fig. 5 para hallar la relación de las longitudes de un mismo tren de ondas en dos sistemas y que da directamente la relación entre las longitudes de onda, no es apta para el caso en que ϑ sea igual a cero o a π, es decir cuando la luz se propaga en la dirección de la velocidad relativa. Pero en este caso la construcción gráfica correspondiente es la indicada

en la fig. 6 en que los ejes se han dispuesto como en la fig. 2, representando las rectas b_1 y b_2, bisectrices comunes de xu y $x'u'$, rayos de luz que parten del origen en el instante cero y se propagan,

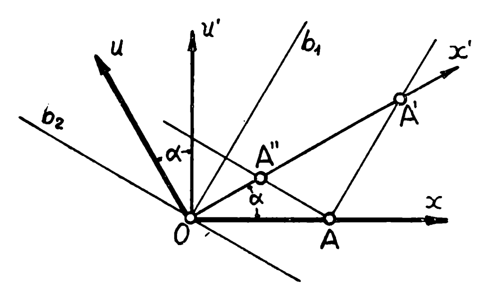


Fig. 6.

respectivamente, según las x positivas o negativas. Si el tren de ondas de longitud $L = OA$ se propaga según las x positivas bastará trazar por A una paralela a la bisectriz b_1 para hallar la longitud $L' = OA'$ del tren en el sistema S'. Si el sentido de propagación es el opuesto trazaremos por A una paralela a la bisectriz b_2 y la longitud del tren en el sistema S' será ahora $L'' = OA''$. Un sencillo cálculo muestra que esta construcción conduce, como es natural, al mismo resultado que se obtendría haciendo en [12] $\cos \vartheta$ igual a más o menos 1.